المادة: الرياضيات — التاريخ: 2022/05/16

المستوى: 3ت ر — المدة: 03 ســا و30د

امتحان البكالوريا التَّجريبي

<u>على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين</u>

<u>التمرين الأول: (4 ن)</u>

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بجدول تغيراتها المقابل

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) $y=-1$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.

2) النقطة $B(4;1)$ تنتمي للمنحني (C).

3) المعادلة $f(x)=4$ تقبل ثلاث حلول.

4) معامل توجيه المماس (T) للمنحني (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1 هو 0.

5) (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة.

6) $f(1443)>f(2022)$.

<u>التمرين الثاني: (4ن)</u>

في أول يناير من سنة 2022 بلغ عدد سكان مدينة حوالي 100000 نسمة؛ وخلال كل سنة سيتزايد عددهم بنسبة 5% بأخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى؛وهناك 4000 مهاجر يمكنهم الاقامة كل سنة في هذه المدينة.

نسمي u_n عدد سكان المدينة في 01 يناير من سنة $(2022+n)$.

1) عيّن u_0 ثم أحسب u_1 و u_2.هل (u_n) حسابية؟ هندسية؟ علّل.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=1.05u_n+4000$

ب) هل يتزايد عدد السكان من سنة إلى أخرى؟ برّر إجابتك.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+80000$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 1.05 يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) ماهو عدد سكان هذه المدينة سنة 2030

التمرين الثالث: (4ن)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -4n + 3$

1) بيّن أنّ (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول u_0 و أساسها r.

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + .. + u_n$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = -2n^2 + n + 3$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = -30132$

المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{u_n}$

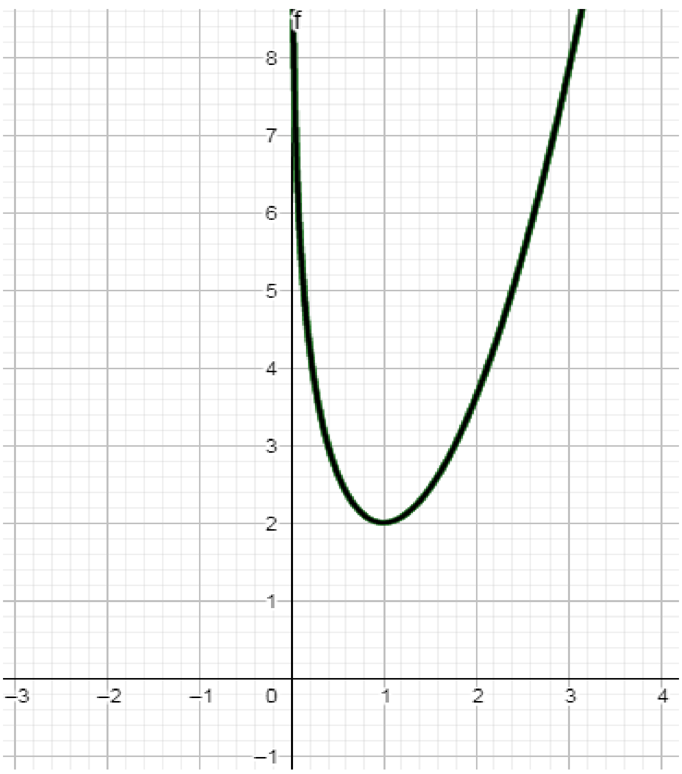
3) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول v_0 و أساسها q.

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \times .. \times v_n$

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + a + b \ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان.

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم (الشكل المقابل).



1) عين بيانيا $g(1)$ و $g'(1)$.

2) بين أن: $a = 1 \quad , b = -2$

3) استنتج بيانيا اشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$

4) عين بيانيا حلول المتراجحة $g(x) \times g'(x) < 0$

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{2 \ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) بين أن: $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5) بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C) عند $+\infty$.

6) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = x$

7) بين أن المنحني يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتهاα حيث: $0.52 < \alpha < 0.53$

8) أنشئ (C) و (Δ).

نعتبر الدالة H المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $H(x) = [\ln x]^2$

1) بين أن الدالة H هي الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = \frac{2 \ln x}{x}$

2) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و(Δ) والمستقيمات $x = e$ ، $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(4ن)

الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=2x+3-\frac{1}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة التالية مع التبرير:

1) الدالة f على المجال $]0,+\infty[$:

أ) متزايدة تماما **ب)** متناقصة تماما **ج)** ليست رتيبة.

2) الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=1$ هي الدالة F حيث:

أ) $F(x)=x^2+3x+\ln x-4$

ب) $F(x)=x^2+3x-\ln x-4$

ت) $F(x)=x^2+3x-\ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;2]$ هي:

أ) $6-\ln 2$ **ب)** $7+\ln 2$ **ج)** $\ln 2$

4) (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته:

أ) $y=2x-3$ **ب)** $y=2x+3$ **ج)** $y=-2x-3$

التمرين الثاني: (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1$

1) أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد $\boldsymbol{n}$ من $\mathbb{N}$ فإنّ: $\boldsymbol{u_n \geq -2}$

3) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

4) لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+2$

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين v_0 و أساسها q.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين الثالث: (4ن)

يمثل الجدول التالي تطور إنتاج معمل الاسمنت خلال 6 سنوات من 2013 إلى 2018

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الانتاج بالمليون طن y_i	3.8	4	4.5	4.8	5.2	5.6

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G.

3) بين أن a معامل توجيه مستقيم الانحدار (D) مدورا إلى 10^{-2} هو $a = 0.37$

4) استنتج معادلة مستقيم الانحدار (D).

5) باستعمال التعديل الخطي السابق قدر كمية الإنتاج سنة 2022.

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = (-4x^2+5)e^{-x}+3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0,+\infty[$: $f'(x) = (4x^2-8x-5)e^{-x}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $[0;8]$ وشكل جدول تغيراتها.

4) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = 3$

5) أنشئ (C) و (Δ).

نضع: $C_m = f(x)$ حيث C_m هي الكلفة الهامشية (مقدرة بمليون دج) لإنتاج سلعة x مقدرة بالطن حيث x محصور بين 1 و 8

1) عين كمية السلعة x التي تكون من أجلها الكلفة الهامشية أصغر مايمكن.

2) ماهو مقدار السلع التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغر أو تساوي 3 مليون دج.

3) علما أن الكلفة الإجمالية C_T هي الدالة الأصلية للكلفة الهامشية C_m.

- تحقق أن: $C_T(x) = (4x^2+8x+3)e^{-x}+3x+k$. ثم عين قيمة k علما أن: $C_T(0) = 4$

انتهى الموضوع الثاني

ت3!

الموضوع ①

ت1:

1) خطأ: لأن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) خطأ: لأن لما $x\in]e,+\infty[$ $f(x)\geq 2$.

3) صحيح:

4) صحيح: لأن (g) تقبل عند 1 قيمة حدية.

5) صحيح.

6) خطأ: لأن f متزايدة تماما على $]1,+\infty[$.

ت2:

$U_0=100000$

$U_1=100000\left(1+\frac{5}{100}\right)+4000=109000$

$U_2=118450$

ليست حسابية لأن $U_0-U_1 \neq U_1-U_2$

" هندسية لأن $U_0/U_1 \neq U_1/U_2$

$U_{n+1}=U_n\left(1+\frac{5}{100}\right)+4000=1{,}05U_n+4000$

نعم تزايد عدد السكان لأن $U_2>U_1>U_0$.

$V_{n+1}=U_{n+1}+80000=1.05U_n+84000$

$=1.05V_n$

إذن (V_n) هندسية $q=1.05$ و $V_0=180000$

$V_n=180000(1.05)^n$

$U_n=180000(1.05)^n-80000$

عدد السكان سنة 2023:

$U_8=180000(1.05)^8-80000$

ت3:

$U_{n+1}-U_n=-4$

(U_n) حسابية $r=-4$ و $U_0=3$.

$S_n=\frac{n+1}{2}(U_0+U_n)=\frac{n+1}{2}(3+(-4n+3))$

$=-2n^2+n+3$

$S_n=-30132$

$-2n^2+n+3=-30132 \rightarrow n=123$

$V_{n+1}=e^{-4}\cdot V_n$

إذن (V_n) هندسية أساسها $q=e^{-1}$

$V_0=e^3$

$P_n=e^{S_n}=e^{-2n^2+n+3}$

ت4:

$g(1)=2$ $g'(1)=0$

$a=1$ $b=-2$

إشارة $g(x)$: $+$ على $]0,+\infty[$

حلول المراجحة $g(x)\times g'(x)<0$ هي $]0,1[$

$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$ $x=0$ م.م. عمودي

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

الاشتقاق: $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-\frac{\frac{2}{x}\times x-2\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$

$f'(x)$: $+$ على $]0,+\infty[$

f متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

x	0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y=\lim_{x\to+\infty} x+\frac{1}{x}+\frac{2\ln x}{x}-x=0$

الوضعية: $f(x)-y=\frac{1+2\ln x}{x}$

$1+2\ln x=0 \rightarrow x=e^{-1/2}$

x	0	$e^{-1/2}$	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$		$+$
الوضعية	(C_f) تحت (D)	تقاطع	(C_f) فوق (D)

ت02 :

$U_1 = -\frac{1}{2}$ $U_2 = -\frac{5}{4}$ $U_3 = -\frac{13}{8}$

البرهان بالتراجع :

$P(0)$ $U_0 \geq -2$ $1 \geq -2$

$P(n)$ $U_n \geq -2$

$P(n+1)$ $U_{n+1} \geq -2$

لدينا $U_n \geq -2$ اذن $\frac{1}{2}U_n \geq -1$

ومنه $U_{n+1} \geq -2$.

اتجاه التغير :

$U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{2}U_n - 1 \leq 0$

اذن (U_n) متناقصة تماما على N

بما أن (U_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل $U_n \geq -2$ اذن هي متقاربة

$V_{n+1} = U_{n+1} + 2 = \frac{1}{2}V_n$

ومنه (V_n) هندسية $q = \frac{1}{2}$. $V_0 = 3$

$V_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$U_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$

$S_n = 6 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

تمرين 03 :

احداثيات $G(\bar{x}, \bar{y})$

$\bar{x} = 3.5$ $\bar{y} = 4.65$

$G(3.5, 4.65)$

$$a = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \simeq 0.37$$

$y = ax + b$

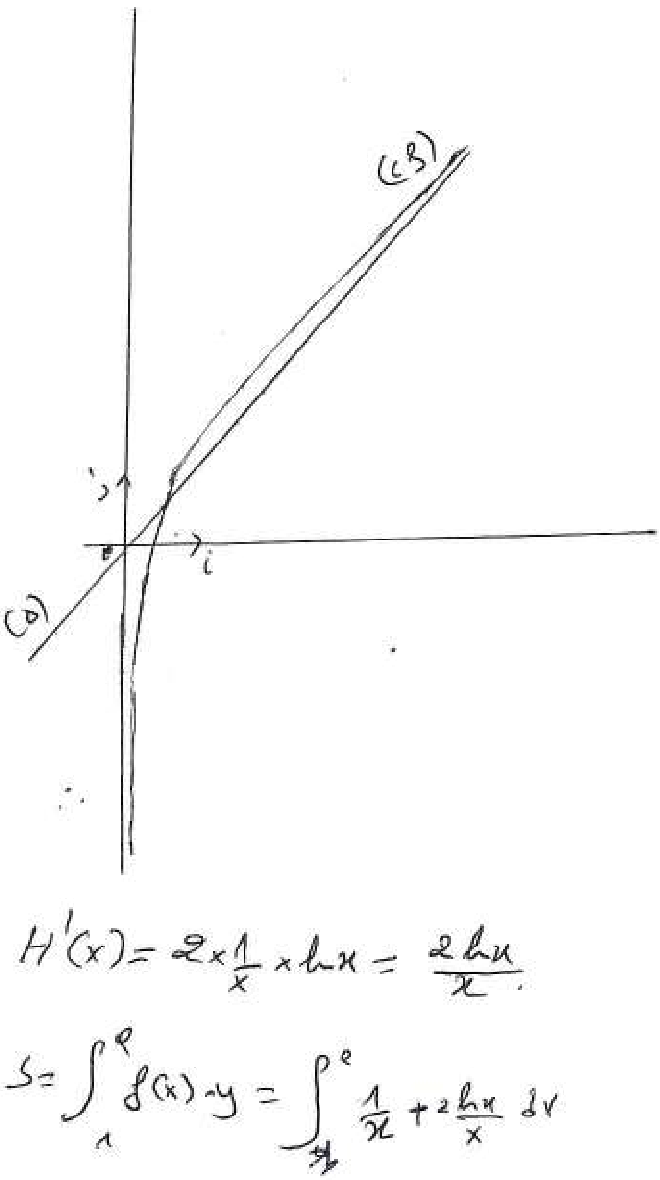
$\bar{y} = 0.37\bar{x} + b$ $b = 3.355$

تقبل حلا وحيدا α لأن f مستمرة ورتيبة تماما على $]0.52, 0.53[$

$f(0.52) \times f(0.53) < 0$

اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة

$f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $x \in]0.52; 0.53[$



$H'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x = \frac{2\ln x}{x}$

$S = \int_1^e f(x) - y = \int_1^e \frac{1}{x} + 2\frac{\ln x}{x}\,dx$

$= \left[\ln x + 2[\ln x]^2\right]_1^e$ u.a

الموضوع ② - - - - - - - - -

ت01 :

1) f متزايدة تماما

2) الدالة الأصلية لـ f هي

$F(x) = x^2 + 3x - \ln x - 4$

3) القيمة المتوسطة هي : $m = 6 - \ln 2$

4) المستقيم المقارب المائل معادلته $y = 2x + 3$

$Y = 0{,}37x + 3{,}355$

كمية الإنتاج سنة 2022:

رتبة سنة 2022 هي 10:

$Y = 0{,}37(10) + 3{,}355 = 7{,}055$

ت 4 ص

$f(x) = (-4x^2+5)e^{-x}+3$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$

إذن $y = 3$ م.م أفقي بجوار $+\infty$

$f'(x) = (4x^2-8x-5)e^{-x}$

اتجاه التغير:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $(4x^2-8x-5)$

$4x^2-8x-5=0$

$x_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad x_2 = \frac{5}{2}$

x	0		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

f متناقصة تماما على $[0, \frac{5}{2}]$

و متزايدة على $[\frac{5}{2}, +\infty[$

x	0		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	8	↘	1,36	↗	2,92

الوضعية

$f(x) - y = (-4x^2+5)e^{-x}$

$-4x^2+5 = 0$

$x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\quad x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

كمية السلعة x حتى تكون الكلفة أصغر ما يمكن هي 2.5 طن

مقدار السلع حتى تكون الكلفة أصغر من 3 ملايين هي: $x \in [\frac{\sqrt{5}}{4}, 8]$

$C'_T(x) = e^{-x}(-4x^2+5)+3 = C_m(x)$

لتعيين K:

$C_T(0) = 4 \implies K = 1$